

Разбор заданий финального этапа олимпиады «Информатика и кибербезопасность» 2024 год

Задание 1. Алгоритм вычисления значения функции.

Алгоритм вычисления значения функции $F(n)$, где $n \in \mathbb{N}$ – натуральное число, задается с помощью соотношений: $F(1)=1$, $F(2)=3$, $F(n)=F(n-1)+n \cdot F(n-2)$, если $n > 2$. Чему равно число $L=F(2024)/F(2019)$? Программа должна вывести одно число L – целую часть указанной дроби. Решение задачи должно быть представлено в виде вывода числа L , которое будет вычислено с помощью программы. Файл с кодом программы необходимо загрузить и в названии файла указать номер задачи.

Система оценивания

Решение, представленное в виде кода программы, которая в процессе вычисления верно выводит число L не более чем за 3 сек., будет оцениваться в 11,667 баллов. В бланке ответа укажите число L – целую часть указанной дроби, а также приложите файла с программой.

Ответ: 194473319

Для вычисления ответа необходимо использовать метод итераций. Пример программы на Python, с помощью которой можно получить верный ответ представлен ниже.

```
f = [1] * 2030
for n in range(len(f)):
    if n == 1: f[n] == 1
    if n == 2: f[n] == 3
    if n > 2: f[n] = f[n-1] + n * f[n-2]
print(f[2024]//f[2019])
```

Задание 2. Пересчет двенадцатизначных чисел с условием.

Найти количество двенадцатизначных чисел, которое обозначим переменной M , пользуясь только цифрами 1, 2, 3, 4 при таком условии, что цифра 4 используется в каждом числе ровно два раза. Сколько среди них таких чисел, которые делится на 9? Количество таких чисел обозначим переменной M . Решение задачи должно быть представлено в виде вывода двух чисел L и M , которые будут вычислены с помощью программы. Файл с кодом программы необходимо загрузить и в названии файла указать номер задачи.

Система оценивания

Решение, представленное в виде кода программы, которая в процессе вычисления верно выводит числа L и M не более чем за 3 сек., будет оцениваться в 11,667 баллов. В бланке ответа укажите целые числа L и M , а также приложите файла с программой.

Ответ: Сначала выберем места, на которых стоит цифра 4. Это можно сделать C_{12}^2 способами. После этого ставим на оставшихся 10 местах цифры 1, 2, 3, что можно сделать 3^{10} способами. Всего получаем $3^{10} C_{12}^2 = 59049 \times 66 = 3\,897\,234$ способов.

Сумма цифр любого из написанных чисел лежит между

$$10 \times 1 + 2 \times 4 = 18 \text{ и } 10 \times 3 + 2 \times 4 = 38.$$

Поэтому если число делится на 9, то сумма его цифр равна 18, 36. Следовательно, 1, 2, 3 дают суммы 10, 28. Эти суммы получается, если взять:

- 1) 10 единиц, 0 двоек, 0 троек, 2 четверки;
- 2) 1 единицу, 0 двоек, 9 троек, 2 четверки;
- 3) 0 единиц, 2 двойки, 8 троек, 2 четверки;
- 4) 1 единицу, 0 двоек, 9 троек, 2 четверки.

Из этих цифр можно составить:

$$P(10, 0, 0, 2) = \frac{12!}{10!0!0!2!} = 66 \text{ разных чисел};$$

$$P(1, 0, 9, 2) = \frac{12!}{1!0!9!2!} = 660 \text{ различных чисел};$$

$$P(0, 2, 8, 2) = \frac{12!}{0!2!8!2!} = 2970 \text{ различных чисел};$$

$$P(1, 0, 9, 2) = \frac{12!}{1!0!9!2!} = 660 \text{ различных чисел};$$

Сумма этих чисел 4356.

Ответ: 3 897 234 и 4356

Пример программы на Python, с помощью которой можно получить верный ответ представлен ниже.

```
import math
k=3**10*math.comb(12, 2)
print(k)
k0=math.factorial(12)
k1= math.factorial(10)*math.factorial(0)*math.factorial(0)*math.factorial(2)
k2= math.factorial(1)*math.factorial(0)*math.factorial(9)*math.factorial(2)
k3= math.factorial(0)*math.factorial(2)*math.factorial(8)*math.factorial(2)
k4= math.factorial(1)*math.factorial(0)*math.factorial(9)*math.factorial(2)
k1= k0/k1
k2= k0/k2
k3= k0/k3
k4= k0/k4
sum=k1+k2+k3+k4
print(sum)
```

Задание 3. Найти число, которое отвечает условиям.

Найти минимальное натуральное число L, которое делится без остатка на числа 2, 3, 4, 5, 6, 7 и которое при делении на 17 даёт всякий раз остаток равный 3. Решение задачи должно быть представлено в виде вывода числа L, которое будет вычислено с помощью программы. Файл с кодом программы необходимо загрузить и в названии файла указать номер задачи.

Система оценивания

Решение, представленное в виде кода программы, которая в процессе вычисления верно выводит число L не более чем за 3 сек., будет оцениваться в 11,667 баллов. В бланке ответа укажите число L, а также приложите файла с программой.

Ответ: 1683

Число, делящееся на 2, 3, 4, 5, 6,7 имеет вид $2 * 2 * 3 * 5 * 7 * n = 420n$

Число, делящееся на 17 имеет вид $17k$

Тогда

$$17k = 420n + 3$$

$$k = \frac{420n + 3}{17} = \frac{24 * 17n + 12 * n + 3}{17} = 24n + \frac{12 * n + 3}{17}$$

$12n + 3$ делиться на 17 (минимальное n , при котором это возможно $n = 4$)

отсюда

$$k = 24 * 4 + 3 = 99$$

$$17k = 17 * 99 = 1683 - \text{ответ.}$$

Пример программы на Python, с помощью которой можно получить верный ответ представлен ниже.

```
k=24*4+3
print(17*k)
```

Задание 4. Алгоритм вычисления значения функции.

Найти натуральное число L, которое является остатком от деления числа $(29^{3700}+4)^{17}$ на 11. Решение задачи должно быть представлено в виде вывода числа L, которое будет вычислено с помощью программы. Файл с кодом программы необходимо загрузить и в названии файла указать номер задачи.

Система оценивания

Решение, представленное в виде кода программы, которая в процессе вычисления верно выводит число L не более чем за 3 сек., будет оцениваться в 11,667 баллов. В бланке ответа укажите число L, а также приложите файла с программой.

Ответ: 3

Пример программы на Python, с помощью которой можно получить верный ответ представлен ниже.

```
a = (29**2300+4)**17
b = 11
c = a % b
print(a, "mod", b, "=", c, sep=" ")
```

Задание 5. Периодическая цифровая последовательность.

Пусть дана бесконечная последовательность цифр от 0 до 9, которая содержит повторяющуюся периодическую группу из n цифр $a_1, a_2, \dots, a_n, a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$, в которой каждая цифра a_k ($k=1,2,\dots,n$, где n – натуральное число) есть последняя цифра числа n^k . Найдите наименьший период n такой последовательности. Решение задачи должно быть представлено в виде вывода числа n , которое будет вычислено с помощью программы. Файл с кодом программы необходимо загрузить и в названии файла указать номер задачи.

Система оценивания

Решение, представленное в виде кода программы, которая в процессе вычисления верно выводит число n не более чем за 3 сек., будет оцениваться в 11,667 баллов. В бланке ответа укажите число n , а также приложите файла с программой.

Ответ: 20

Проверим, что 20 является наименьшим периодом, выписывая первые 20 значений последовательности a_1, a_2, \dots

1 4 7 6 5 3 6 9 0 1 6 3 6 5 6 7 4 9 0

видим, что она не имеет периода меньшей длины, где эти цифры получаем из следующего:

$1^1=1, 2^2=4, 3^3 \sim 7, 4^4 \sim 6, 5^5 \sim 5, 6^6 \sim 6, 7^7 \sim 3, 8^8 \sim 6, 9^9 \sim 9, 10^{10} \sim 0, 11^{11} \sim 1, 12^{12} \sim 6, 13^{13} \sim 3, 14^{14} \sim 6, 15^{15} \sim 5, 16^{16} \sim 6, 17^{17} \sim 7, 18^{18} \sim 4, 19^{19} \sim 9, 20^{20} \sim 0$, т. е

1,4,7,6,5,6,3,6,9,0,1,6,3,6,5,6,7,4,9,0 – далее цифры повторяются

Пример программы на Python, с помощью которой можно получить верный ответ представлен ниже.

```
for i in range(1,22):
```

```
    print(i**i)
```

Задание 6. Шифрование текста.

Для шифрования английского текста использовали следующую таблицу.

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13
N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26

Результатом шифрования текста стала цифровая последовательность, которую записали (справа налево) в виде последовательности групп по три цифры без пересечений и пропусков. Таким образом, получилась последовательности трехзначных чисел. После этого каждое трехзначное число последовательности умножили на 77 и после умножения на 77 оставили только три последние цифры в числе, которое получилось после умножения, а остальные отбросили, после чего получилась новая последовательность трехзначных чисел. После этого из этих трехзначных чисел последовательно (справа налево) была составлена такая последовательность цифр: 327117310778620378157531930578310963007186170878. Восстановите исходное сообщение, используя эту последовательность цифр. Решение задачи должно быть представлено в виде

вывода расшифрованного английского текста латинскими буквами. Текст должен быть расшифрован с помощью программы. Файл с кодом программы необходимо загрузить и в названии файла указать номер задачи.

Система оценивания

Решение, представленное в виде кода программы, которая в процессе вычисления верно выводит расшифрованный английский текст латинскими буквами не более чем за 3 сек., будет оцениваться в 11,667 баллов. В бланке ответа укажите расшифрованный английский текст латинскими буквами, а также приложите файла с программой.

Ответ:

251521030114060914041903090514030519091418210414

YOUCANFINDSCIENCESINRUDN

Для нахождения первой буквы исходного сообщения (группа трех первых цифр последовательности 327) нужно рассмотреть произведение $13 * n = 13 * 327 = 4251$, которое дает $n = 251$. Продолжая далее получим искомую цифровую последовательность, которая имеет вид 251521030114060914041903090514030519091418210414.

Используя таблицу кодировки букв получим YOUCANFINDSCIENCESINRUDN.

Пример вспомогательной программы на Python, с помощью которой можно дешифровать сообщение, представлен ниже.

```
for i in range(1,1001):
```

```
    print(i, ' ', i*13)
```

Далее нужно проанализировать следующие строки вывода и оставить в правой колонке только последние три цифры.

327	4251	251
117	1521	521
310	4030	030
778	10114	114
620	8060	060
378	4914	914
157	2041	041
531	6903	903
930	12090	090
578	7514	514
310	4030	030
963	12519	519
007	091	091
186	2418	418
170	2210	210
878	11414	414

Получаем последовательность

251521030114060914041903090514030519091418210414

Далее дешифруем это сообщение с помощью таблицы

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13
N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26

Получим текст

Y	25
O	15
U	21
C	03
A	01
N	14
F	06
I	09
N	14
D	04
S	19
C	03
I	09
E	05
N	14
C	03
E	05
S	19
I	09
N	14
R	18
U	21
D	04
N	14

YOU CAN FIND SCIENCES IN RUDN